

פתרון תרגיל בית 7- בעיות תובלה

שאלה 1:

א. נמצא פתרון בסיסי באמצעות השיטה הצפון מערבית:

		1	2	3	ההיצע		
הביקוש	1	10	70	14	20	90	
	2	17	8	10	30	40	
	3	19	20	13	20	80	100
	הביקוש	70	30	50	80		

עלות הפתרון לפי השיטה הצפון מערבית: $w=10*70+14*20+8*10+15*30+13*20+21*80=3450$

ב. נמצא פתרון בסיסי באמצעות שיטת הקנסות:

		1	2	3	ההיצע	
הביקוש	1	10	70	14	20	90
	2	17	30	15	10	40
	3	19	20	50	50	100
	הביקוש	70	30	50	80	

עלות הפתרון לפי השיטה הצפון מערבית: $w=10*70+8*30+13*50+9*20+14*10+21*50=2960$

ג. נמשיך עם הפתרון ההתחלתי שקיבלנו בשיטת הקנסות כיוון שהוא פתרון טוב יותר.

נקבע שרירותית את $v_4=0$

		1	2	3	ההיצע			
הביקוש	1	10	14	13	9	90	u_1 0	
	2	17	8	15	14	40	u_2 5	
	3	19	20	13	21	100	u_3 12	
	הביקוש	70	30	50	80			
	v_1	10	v_2	3	v_3	1	v_4	9

$$\begin{aligned}
 u_1 + v_1 &= 10 & u_2 + v_2 &= 8 & u_3 + v_3 &= 13 \\
 u_1 + v_4 &= 9 & u_2 + v_4 &= 14 & u_3 + v_4 &= 21
 \end{aligned}$$

לאחר חישוב u -ים ו v -ים נחשב את הערך $c_{ij} - u_i - v_j$ (בסגול) לכל משתנה לא בסיסי.

		1	2	3	ההיצע	
הביקוש	1	10	14	13	9	90
	2	17	8	15	14	40
	3	19	20	13	21	100
	הביקוש	70	30	50	80	

(Note: The table above shows the original data. The image also includes a second table with the same data but with additional values in purple boxes representing $c_{ij} - u_i - v_j$ for non-basic variables: (1,2)=70, (1,3)=11, (1,4)=12, (2,1)=2, (2,3)=30, (2,4)=9, (3,1)=19, (3,2)=20, (3,3)=13, (3,4)=21, (3,5)=50, (3,6)=50.)

ישנם ערכים שליליים (בסגול) ולכן זהו אינו הפתרון האופטימאלי.

המשתנה שיכנס לבסיס הוא X_3 כי הוא המשתנה בעל הערך השלילי הגבוה ביותר (במקרה שלנו הוא השלילי היחיד), והמשתנה שיצא מהבסיס הוא X_4 כי הוא המשתנה שתורם הכי פחות במעגל הסגור.

לאחר שינוי הבסיס נקבל את הפתרון הבא:

	1	2	3	ההיצע	
1	10	14	13	9	90
2	17	8	15	14	40
3	19	20	13	21	100
הביקוש	70	30	50	80	

נקבע שרירותית את $u_1=0$, לאחר מכן נחשב את ה u -ים וה v -ים ולבסוף נחשב את הערך $c_{ij}-u_i-v_j$ (בסגול) לכל משתנה לא בסיסי.

	1	2	3	ההיצע	
1	10	14	13	9	90
2	17	8	15	14	40
3	19	20	13	21	100
הביקוש	70	30	50	80	

- u_1 0
- u_2 5
- u_3 9

ביצוע השלב השני
 חישוב ההפרשים (לתאים הלא בסיסיים בלבד)
 $15-5-4=6$ $14-0-3=11$
 $13-0-4=9$
 $17-5-10=2$
 $21-9-9=3$
 $20-9-3=8$

כל הערכים שקיבלנו חיוביים ולכן הגענו לפיתרון האופטימאלי

$$u_1 + v_1 = 10$$

$$u_1 + v_4 = 9$$

$$u_2 + v_2 = 8$$

$$u_2 + v_4 = 14$$

$$u_3 + v_1 = 19$$

$$u_3 + v_3 = 13$$

נבחין כי כל הערכים $c_{ij}-u_i-v_j$ שחישבנו אי שליליים ולכן זהו הפתרון האופטימאלי.

הפיתרון האופטימאלי:

$$X_{11}=20$$

$$X_{14}=70$$

$$X_{22}=30$$

$$X_{24}=10$$

$$X_{31}=50$$

$$X_{33}=50$$

$$W=10*20+9*70+8*30+14*10+19*50+13*50=2810$$

שאלה 2:

יש לנו 5 מטלות ו- 4 עובדים, ולכן נצטרך לאזן את הבעיה ע"י הוספת עובד 5 (דמה).

נוסיף עלות M עבור עובד 3 ומשימה B ועבור עובד 1 ומשימה E על מנת לא לאפשר השמה ביניהם.

מטלה \ עובד	A	B	C	D	E
1	3	9	2	3	M
2	6	1	5	6	6
3	9	M	7	10	3
4	2	5	4	2	1
-5 דמה	0	0	0	0	0

נשים לב כי מהעמודות אין לי מה להפחית (כי הערך המינימאלי בכולן הוא אפס), נפחית מהשורות את הערך המינימאלי (0,1,3,1,2) ונקבל את הטבלה מטה, נבחין כי אין השמה כיוון ש A ו D עם אותה השמה ולכן נבחר מינימום שורות ועמודות לכיסוי כל האפסים:

מטלה \ עובד	A	B	C	D	E
1	1	7	0	1	M
2	5	0	4	5	5
3	6	M	4	7	0
4	1	4	3	1	0
-5 דמה	0	0	0	0	0

הערך המינימאלי מבין התאים הלא מכוסים הוא $k=1$ ולכן נחסיר אותו מבין תאים אלו (הלא מכוסים) ונוסיף אותו לתאים בהצטלבות, וזו הטבלה שנקבל:

מטלה \ עובד	A	B	C	D	E
1	0	7	0	0	M
2	4	0	4	4	5
3	5	M	4	6	0
4	0	4	3	0	0
-5 דמה	0	1	1	0	1

ההשמה האופטימלית היא: עובד 1 יבצע את מטלה C, עובד 2 יבצע את מטלה B, עובד 3 יבצע את מטלה E, עובד 4 יבצע את מטלה D, מטלה A לא תבצע. העלות היא: $8=2+1+3+2$.